

INVERSÃO DINÂMICA APLICADA AO CONTROLE DE VOO TRIDIMENSIONAL DE AERONAVES COMERCIAIS

Bruno Ribeiro Givisiéz, brunorgs@gmail.com

Pedro Paglione, paglione@ita.br

Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Praça Marechal Eduardo Gomes, 50, Vila das Acácias – São José dos Campos - Brasil

Abstract. *O presente trabalho tem por objetivo desenvolver um controlador não-linear baseado na técnica de inversão dinâmica para aplicação de controle de trajetória e velocidade de uma aeronave comercial. O estudo compreenderá o desenvolvimento de um modelo tridimensional da aeronave Airbus A300, uma breve apresentação da teoria da inversão dinâmica e sua aplicação detalhada ao modelo dinâmico desenvolvido. Em seguida, serão apresentados os resultados de simulações do sistema controlado sob diversas condições de voo para fins de avaliação da eficiência do controlador.*

Keywords: *inversão dinâmica, controle não-linear*

1. INTRODUÇÃO

A inversão dinâmica é uma técnica de controle que pode ser utilizada em sistemas lineares, mas demonstra sua verdadeira capacidade quando aplicada a sistemas não-lineares (Stevens and Lewis, 2003). Por depender de um modelo completo, não-linear, do sistema a ser controlado, esta técnica demanda grandes recursos computacionais. Por esta razão, e devido ao desenvolvimento de computadores de alto desempenho, apenas recentemente esta técnica atingiu maturidade para aplicação fora do âmbito acadêmico, sendo empregada nos sistemas de controle de aeronaves como F-16, F-18, F-117 e Su-27 (Ito *et al.*, 2001).

Esta técnica propõe substituir os controladores clássicos, tipicamente baseados em escalonamento de ganhos, por um controlador com um único conjunto de ganhos, válidos para todo o envelope de operação do sistema. Para que isto seja possível, o controlador deve possuir em sua arquitetura um modelo completo (i. e., não-linear), do sistema a ser controlado, o que torna esta técnica razoavelmente cara, do ponto de vista computacional, quando comparada às técnicas clássicas (lineares). Os ganhos podem ser então determinados através de um projeto de um controlador robusto (Wang and Stengel, 2005) e otimizados segundo algum critério conveniente (Looye and Joos, 2001, Looye *et al.*, 2001, Lubas, 2008).

Esta técnica torna-se especialmente adequada ao se tratar de controle de sistemas altamente não-lineares, em que linearizações rapidamente resultariam em grandes erros de modelagem e acabariam por degradar a performance do sistema ou mesmo desestabilizar o controlador. Como exemplos, podemos citar o controle de voo hipersônico e reentrada de veículos na atmosfera (Ito *et al.*, 2002), entre outros. De um modo geral, esta técnica de controle torna-se especialmente atraente para o controle de sistemas de alto desempenho, por se afastarem excessivamente de qualquer ponto de equilíbrio. Aplicações também podem ser encontradas em manobras que requerem grande precisão, como, no caso dos já citados sistemas militares, regimes de *post-stall* (Enns *et al.*, 1994), controle de trajetória de mísseis balísticos (Schumacher and Khargonekar, 1998, Devaud *et al.*, 1999) e veículos não tripulados (Sadraey and Colgren, 2005).

2. MODELO MATEMÁTICO

2.1 Modelo da Aeronave

Neste estudo usaremos como sistema dinâmico a ser controlado um modelo simplificado de uma aeronave comercial bem conhecida: o *Airbus A300*. O equacionamento básico da dinâmica tridimensional desta aeronave, suposta rígida, compreende doze equações diferenciais acopladas.

Para um referencial fixo na aeronave, o balanço de momentos fornece as equações de translação no referencial do corpo:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \left(\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + T_{B,I} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde u , v e w são as componentes de velocidade no referencial do corpo, X , Y , e Z são as forças aerodinâmicas, T_x , T_y e T_z são as componentes da força propulsiva, p , q e r são as rotações no referencial do corpo e m e g são respectivamente a massa da aeronave e o módulo da aceleração da gravidade. A matriz $T_{B,I}$ é a matriz de transformação de coordenadas do referencial inercial (fixo na superfície da Terra) para o referencial do corpo.

Do balanço de momentos, obtemos as equações das rotações (p , q e r) da aeronave no referencial do corpo:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}^{-1} \left(\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{T_x} \\ M_{T_y} \\ M_{T_z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right) \quad (2)$$

Na Eq. (2), I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} e I_{xz} são os momentos e produtos de inércia da aeronave, L , M e N são os momentos aerodinâmicos e M_{T_x} , M_{T_y} e M_{T_z} são os momentos propulsivos.

A Eq. (3) fornece a dinâmica dos ângulos de Euler, ϕ , θ e ψ , que representam a atitude da aeronave em relação ao solo:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3)$$

Por último, as equações de navegação (Eq. (4)) fornecem a posição da aeronave em relação ao solo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{y}_E \\ \dot{z}_E \end{bmatrix} = T_{B,I}^T \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (4)$$

Onde x_E e y_E são as coordenadas horizontais da aeronave. Obtemos a altitude h simplesmente fazendo $h = -z_E$.

A modelagem dos atuadores segue uma dinâmica análoga a um filtro passa-baixa de primeira ordem. No espaço da frequência:

$$\Delta = \frac{1/\tau}{s + 1/\tau} \Delta_c \quad (5)$$

Onde Δ é o valor da deflexão do atuador e Δ_c o valor do sinal de controle. τ é a constante de tempo característica do atuador. Levando a Eq. (5) ao domínio do tempo, temos a equação diferencial do atuador:

$$\dot{\delta} = -\frac{1}{\tau} \delta + \frac{1}{\tau} \delta_c \quad (6)$$

Estas equações valem para os atuadores de cada uma das superfícies aerodinâmicas da aeronave e também para a dinâmica do motor, resultando em mais quatro equações diferenciais, que fecham a modelagem da dinâmica da aeronave.

2.2. Inversão Dinâmica

O conceito de inversão dinâmica é relativamente simples. O objetivo da técnica pode ser resumido como a busca de uma entrada de controle tal que o sistema dinâmico a ser controlado se comporte segundo uma dada dinâmica desejada, desde que, obviamente, a mesma não viole as limitações físicas do sistema. Em outras palavras, a dinâmica real do

sistema é "substituída" por uma dinâmica, geralmente mais simples e linear que seja mais adequada por alguma razão de projeto. Assim, dado um sistema dinâmica da forma

$$\begin{aligned}\dot{X} &= f(X) + g(X)u \\ Y &= h(X)\end{aligned}\tag{7}$$

onde X é o vetor de estados, f e g e h são funções de X e u é o vetor de controle, pode ser resolvido para u , de modo a se obter o vetor de controle em função da dinâmica Y :

$$u = (G(X))^{-1} \left(\dot{Y}_{des} - \frac{\partial h}{\partial X} f(X) \right)\tag{8}$$

onde

$$G(X) \equiv \frac{\partial h}{\partial X} g(X)\tag{9}$$

e

$$\dot{Y}_{des} \equiv \dot{Y}\tag{10}$$

Da Eq. 8 pode-se observar que, dada uma dinâmica Y_{des} , u é calculado para que o sistema se comporte conforme Y_{des} , efetivamente substituindo a dinâmica do sistema não controlado.

Para assegurar a existência da solução da Eq. (8), precisamos garantir que $G(X)$ seja inversível. Pode-se demonstrar que para tal, é necessário que todas as variáveis controladas (i. e., componentes de Y) precisam ser explicitamente dependentes do vetor de controle u . Pode-se garantir esta dependência através de sucessivas diferenciações temporais do vetor Y , até que todos os seus componentes se tornem explicitamente dependentes de u (Snell, 1998).

A escolha do vetor de saída, Y , deve ser feita de modo a controlar todos os modos instáveis do sistema que eventualmente surgem devido à própria natureza da inversão dinâmica, que torna os pólos do sistema original em zeros do sistema controlado e os zeros do sistema original em pólos do sistema controlado. Em sistemas de fase não-mínima, os zeros positivos tornam-se pólos positivos, desestabilizando o sistema se estes pólos não forem controlados (Brinker and Wise, 1996). Esta questão é endereçada sob o título *dinâmica zero*, e pode-se encontrar uma discussão sucinta sobre o tópico em Lewis (2005).

2.3. O Controlador

Sendo o controle de voo tridimensional o objetivo deste trabalho, a escolha natural das variáveis a serem controladas é o conjunto V (velocidade absoluta), h (altitude) e ψ (ângulo de proa). Como o vetor de controle tem quatro graus de liberdade (três superfícies aerodinâmicas e motor), podemos controlar mais uma variável, que será o ângulo de derrapagem β , de modo a manter a aeronave alinhada à direção de voo.

Porém, esta escolha não resulta em um vetor explicitamente dependente do vetor de controle, tornando $G(X)$ singular. Procedendo com sucessivas diferenciações temporais, chegamos então ao vetor abaixo, explicitamente dependente de u :

$$\dot{Y}_{des} = \begin{bmatrix} \ddot{V} \\ \ddot{\beta} \\ \psi^{(3)} \\ h^{(3)} \end{bmatrix}\tag{11}$$

Este vetor garante a inversibilidade de $G(X)$, mas, como foi verificado através de simulações, o sistema controlado torna-se instável, de onde podemos concluir que o sistema original é de fase não-mínima e a inversão dinâmica resultou em um sistema com pólos positivos não controláveis pela escolha de Y acima. Para contornar este impasse, foi desenvolvido um novo vetor de saída:

$$\dot{Y}_{des} = \begin{bmatrix} C_{1,1}\ddot{V} + C_{1,5}\ddot{q} + C_{1,16}\dot{\delta}_F \\ C_{2,3}\ddot{\beta} \\ C_{3,7}\phi^{(3)} + C_{3,9}\psi^{(3)} \\ C_{4,12}h^{(3)} + C_{4,16}\dot{\delta}_F \end{bmatrix} \quad (12)$$

A escolha dos estados controlados como na Eq. (14) garante que a dinâmica do sistema controlado seja estável, e os coeficientes C 's da Eq. (14) são ajustados através de um processo de otimização de modo a garantir uma resposta dinâmica suave.

A dinâmica desejada dos estados controlados será dada genericamente por

$$Q_{ides}^{(d_i)} = \sum_{j=0}^{d_i-1} \left(k_j (Q_i^{(d_j)} - Q_{iref}^{(d_j)}) \right) \quad (13)$$

onde d_i é a ordem da derivada temporal em que um estado Q_{ides} qualquer aparece na dinâmica desejada, k_j são constantes do controlador (ganhos) e Q_{iref} é a referência que Q_i deve seguir.

Esta dinâmica desejada leva o sistema a se comportar de uma forma análoga a um sistema massa-mola-amortecedor, que possui uma dinâmica simples, bem conhecida e é sempre estável, desde que os termos k_j sejam positivos.

A Eq. (13) determina a dinâmica desejada para todos os estados presentes no vetor de saída, exceto para ψ . A dinâmica de ψ não pode depender apenas de ψ e de suas derivadas, do contrário não será possível o controle de trajetória, mas apenas de orientação. A dinâmica desejada de ψ será função da distância d à uma curva de referência desejada, de modo a levar em consideração a orientação de referência ψ_{ref} , e também a localização espacial da curva de referência. Para evitar demandas excessivas de controle, foi escolhida uma função para a dinâmica desejada que limite a variação de ψ em caso de valores muito grandes da distância lateral d e suas derivadas. Definindo então a dinâmica desejada de ψ por

$$\psi_{des}^{(3)} = K_{\psi} \frac{e^{K_{\psi^*} d} - 1}{e^{K_{\psi^*} d} + 1} + K_{\dot{\psi}} \frac{e^{K_{\dot{\psi}^*} \dot{d}} - 1}{e^{K_{\dot{\psi}^*} \dot{d}} + 1} + K_{\ddot{\psi}} \frac{e^{K_{\ddot{\psi}^*} \ddot{d}} - 1}{e^{K_{\ddot{\psi}^*} \ddot{d}} + 1} \quad (14)$$

$\psi_{des}^{(3)}$ se mantém limitado entre $-(K_{\psi} + K_{\psi(1)} + K_{\psi(2)})$ e $(K_{\psi} + K_{\psi(1)} + K_{\psi(2)})$ para qualquer valor de d e de suas derivadas.

3. RESULTADOS

Serão apresentados agora os resultados de algumas simulações adequadas para avaliar o desempenho do controlador. As simulações mostram situações onde as não-linearidades da dinâmica da aeronave dominam e que certamente prejudicariam o desempenho de um controlador linear

As Figuras 1, 2 e 3 mostram a resposta em função do tempo do sistema controlado sujeito a uma grande variação de velocidade, de 100 m/s para 220 m/s, ao nível do mar. Como poder ser visto nestas figuras, a referência de velocidade foi seguida com grande precisão, mantendo a altitude em uma faixa estreita de variação (da ordem de 2 m). A aceleração no *cockpit*, em percentuais da aceleração da gravidade, seguiu uma variação suave e coerente, e a deflexão dos controles também ficou dentro de limites fisicamente aceitáveis.

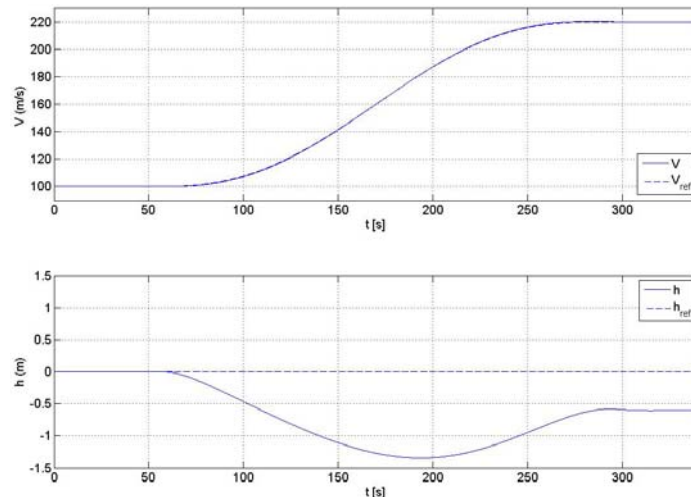


Figura 1. Resposta de velocidade e altitude para uma solicitação de grande variação de velocidade.

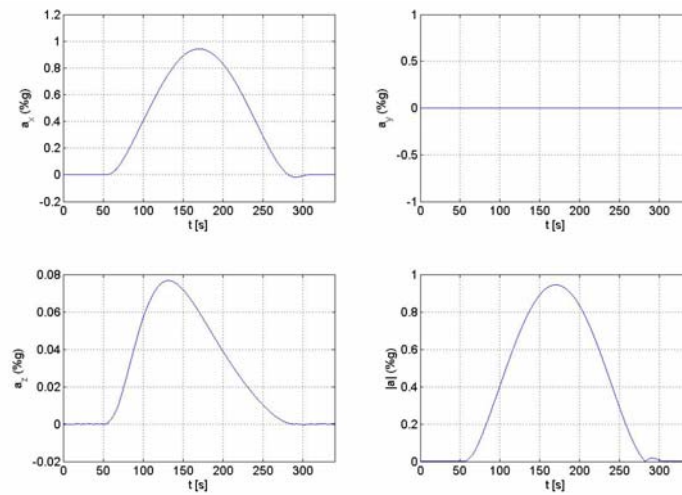


Figura 2. Aceleração no cockpit para uma solicitação de grande variação de velocidade.

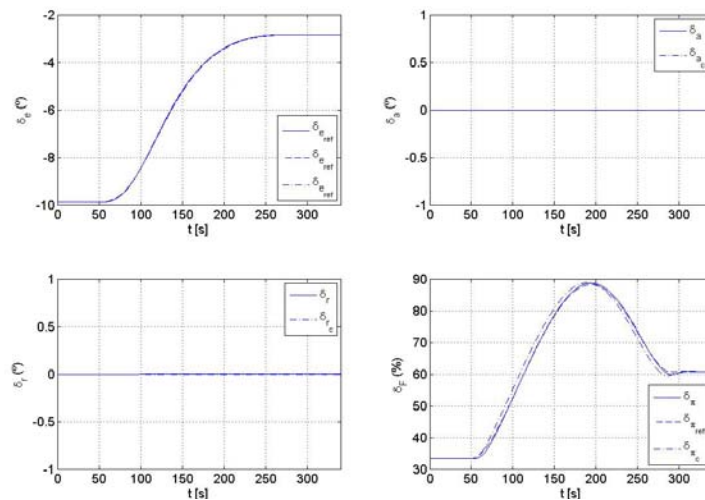


Figura 3. Resposta dos controles para uma solicitação de grande variação de velocidade.

As próximas figuras, Figs. 4, 5 e 6, mostram a resposta do sistema a uma solicitação de deslocamento lateral. A aeronave é comandada a sair de uma condição de equilíbrio de voo retilíneo a 3000 m de altitude para uma outra condição, também de equilíbrio, de voo retilíneo, também a 3000 m de altitude, paralelo à trajetória inicial e a 500 km de distância da mesma.

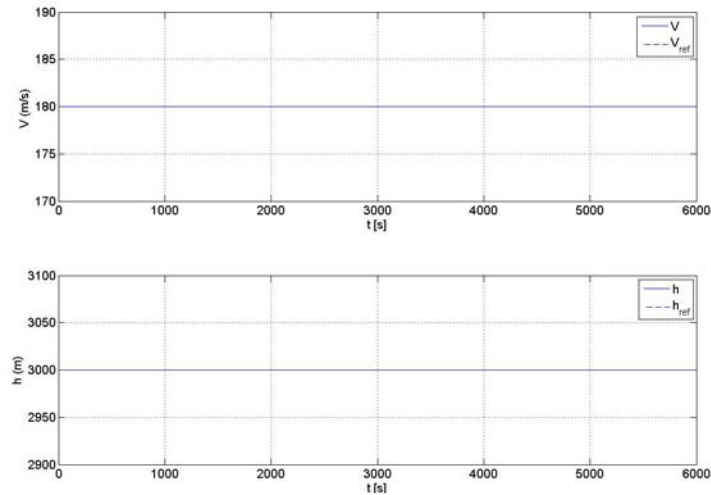


Figura 4. Resposta de velocidade e altitude para uma solicitação de deslocamento lateral.

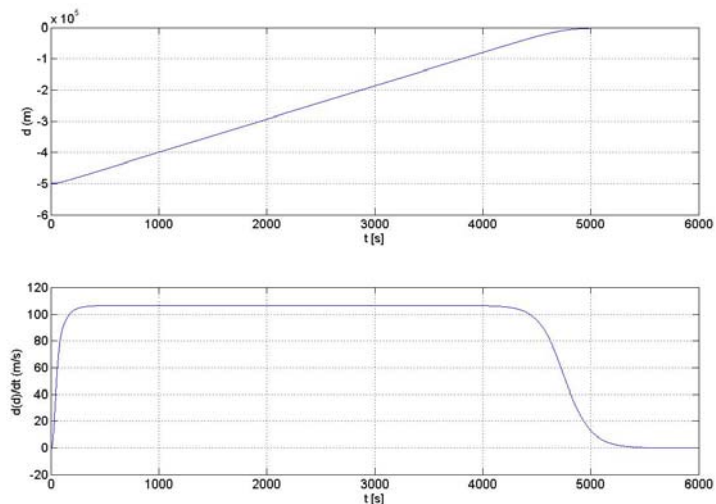


Figura 5. Distância lateral e sua taxa de variação em função do tempo para uma solicitação de deslocamento lateral.

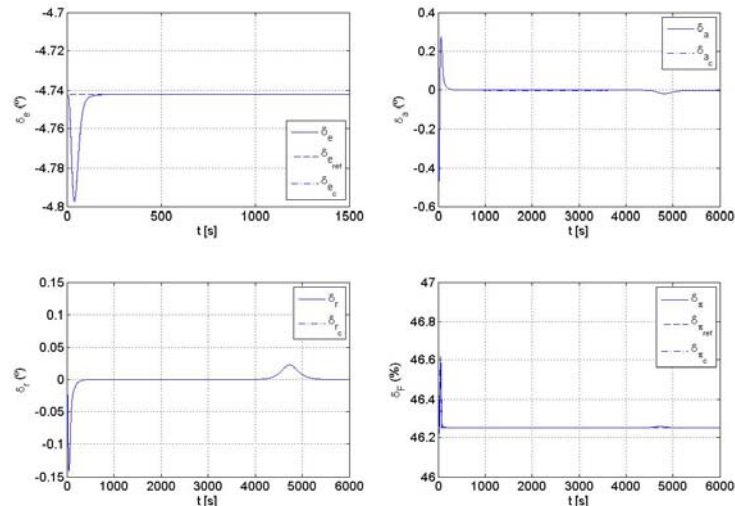


Figura 6. Resposta dos controles para uma solicitação de deslocamento lateral.

As figuras acima mostram que, em razão da escolha da dinâmica desejada de ψ , a velocidade de aproximação lateral não aumenta indefinidamente com a distância lateral, mas satura em um valor razoável de aproximadamente 100 m/s, voltando a diminuir quando o valor da distância lateral se aproxima de zero e finalmente tornando-se nulo quando a distância lateral se torna nula, indicando que o controlador foi capaz de levar a aeronave à curva de referência e mantê-la sobre esta curva. Os estados não solicitados (altitude e velocidade) permaneceram constantes, e a resposta dos controles foi suave.

Os resultados seguintes mostram como o sistema se comporta ao ser submetido a solicitações múltiplas de controle: variação de velocidade, altitude, ângulo de derrapagem e curva de referência. Todos os comandos foram dados em intervalos de tempo arbitrários, assegurando um comando suficientemente genérico para a avaliação do controlador sob uma demanda real de manobra.

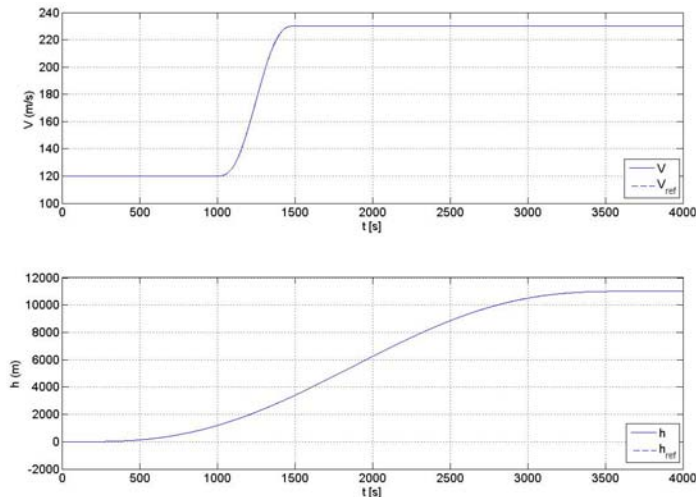


Figura 7. Velocidade e altitude ao longo de múltiplas solicitações de controle..

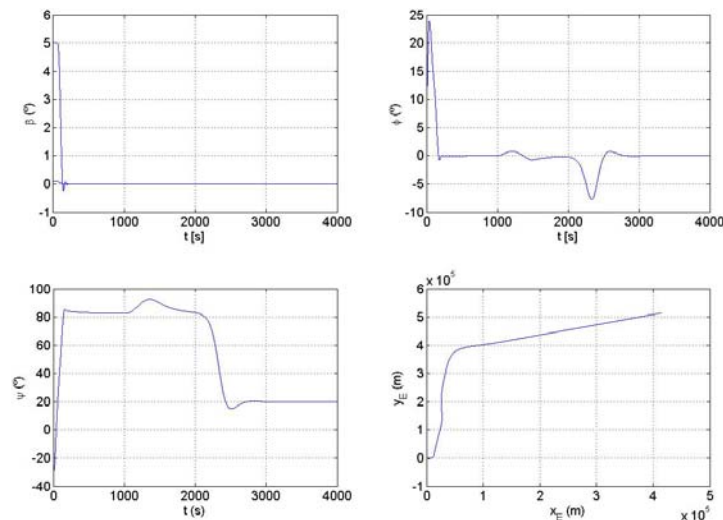


Figura 8. Ângulo de derrapagem, ângulo de rolagem, ângulo de proa e trajetória ao longo de múltiplas solicitações de controle.

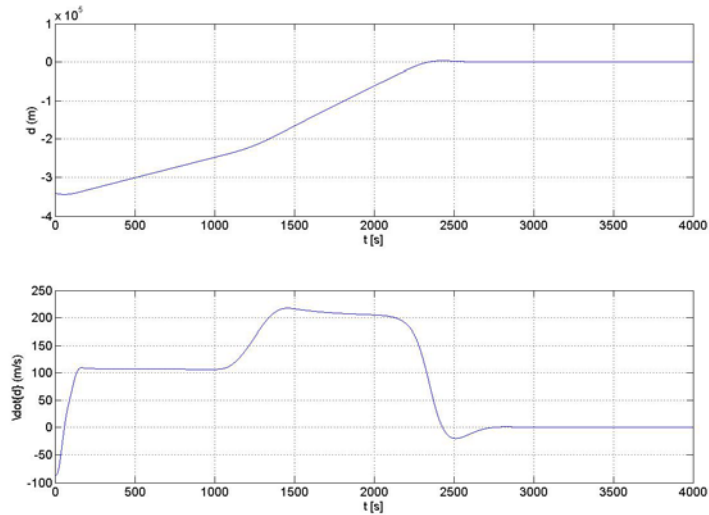


Figura 9. Distância lateral e sua taxa de variação em função do tempo para uma solicitação de deslocamento lateral. ao longo de múltiplas solicitações de controle.

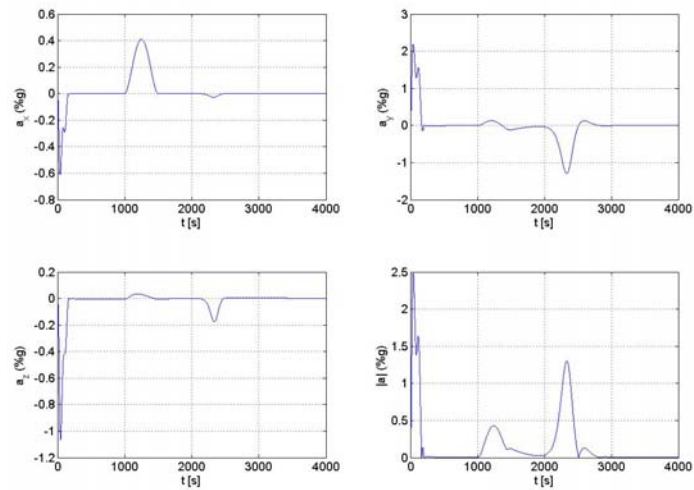


Figura 10. Aceleração no *cockpit* ao longo de múltiplas solicitações de controle.

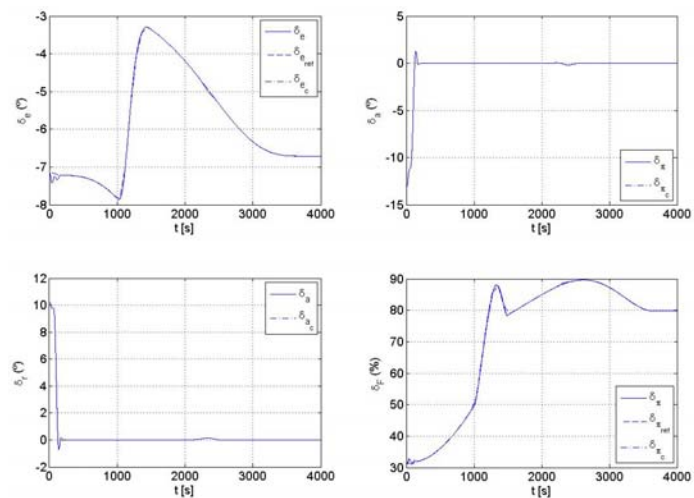


Figura 11. Resposta dos controles ao longo de múltiplas solicitações de controle.

4. CONCLUSÃO

Este estudo buscou demonstrar a aplicabilidade da técnica de inversão dinâmica como uma atraente substituta das técnicas clássicas de controle linear conforme as técnicas de modelagem física avançam e computadores de alto desempenho começam a se tornar disponíveis comercialmente.

Embora o modelo utilizado seja muito simplificado em relação à realidade, este ainda permanece um modelo altamente acoplado e não-linear, permitindo demonstrar a aplicabilidade da técnica de controle em estudo a sistemas complexos. Foram realizadas simulações que abrangem grandes faixas de variação de velocidade, altitude e deslocamento lateral, até mesmo além do envelope de operação da aeronave simulada. Todas as simulações mostraram desempenho favorável ao lidar com entradas de controle de diversas naturezas. Este fato explicita a vantagem deste controlador sobre os controles lineares, que necessitam de um ponto de operação de referência e ficam restritos a operar apenas em torno de tais pontos.

As simulações com comandos simultâneos de todas as variáveis de controle mostraram também que o controlador atua em cada um dos parâmetros de controle independentemente, ou seja, cada variável de referência é seguida sem ser influenciada pelas demais, demonstrando o desacoplamento dos controles.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brinker, J. S. and Wise, K. A., 1996, "Stability and Flying Qualities Robustness of a Dynamic Inversion Aircraft Control Law", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*.
- Devaud, E., Harcaut, J. P. and Siguerdidjane, H., 1999, "Various Strategies to Design a Three-axes Missile Autopilot", AIAA.
- Enns, D., Bugajski, D., Hendrick, R. and Stein, G., 1994, "Dynamic Inversion: An Evolving Methodology for Flight Control Design", AGARD Conference Proceedings 560: Active Control Technology: Applications and Lessons Learned.
- Ito, D., Ward, D. T. and Valasek, J., 2001, "Robust Dynamic Inversion Controller and Analysis for the X-38", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference Exhibit.
- Ito, D., Georgie, J., Valesk, J. and Ward, D. T., 2002, "Reentry Vehicle Flight Controls Design Guidelines: Dynamic Inversion", NASA.
- Looye, G. and Joos, H. D., 2001, "Design of Robust Dynamic Inversion Control Laws Using Multi-objective Optimization", AIAA.
- Looye, G., Joos H. D. and Willemsen, D., 2001, "Application of an Optimization-based Design Process for Robust Autoland Control Laws", AIAA.
- Lubas, C., 2008, "Aplicação da Técnica de Inversão Dinâmica para Projetos de Sistemas de Controle de Voo", Dissertação de Mestrado – Instituto Tecnológico de Aeronáutica.
- Sadraey, M. and Colgren, R., 2005, "Two DOF Autopilot Design for a Small UAV Using a Combination of Dynamic Inversion and H-infinity loop shaping", AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference Exhibit.
- Snell, A., 1998, "Decoupling Control Design With Applications to Flight", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*.
- Schumacher, C. and Khargonekar, P. P., 1998, "Stability of a Missile Control System With a Dynamic Inversion Controller", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*.
- Stevens, B. L. and Lewis, F. L., 2003, "Aircraft Control and Simulation", 2nd Edition
- Wang, Q. and Stengel R, F., 2005, "Robust Nonlinear Control of a High Performance Aircraft", IEEE.

6. TERMO DE RESPONSABILIDADE

Os autores são os únicos responsáveis pelo material incluso neste artigo.